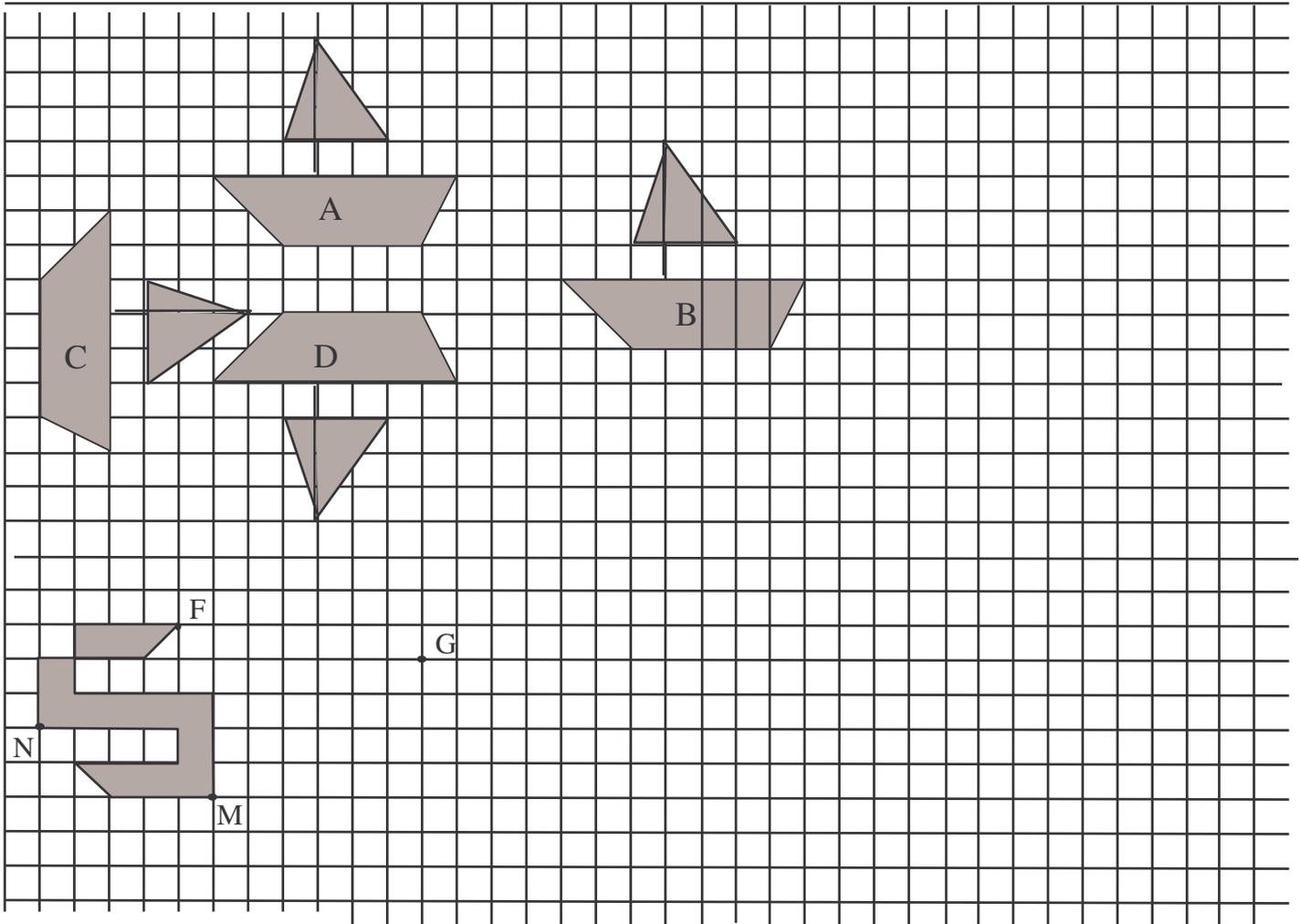


# LA TRANSLATION

**« Les Maths sont comme l'Amour. Une idée simple mais qui peut parfois se compliquer. »**

<b>I. Activité introductrice :</b> _____	<b>2</b>
<b>II. La Translation - Introduction :</b> _____	<b>3</b>
<b>III. Vocabulaire et notations:</b> _____	<b>3</b>
<b>IV. Translations et parallélogrammes.</b> _____	<b>4</b>
<b>A. Image d'un point par une translation :</b> _____	<b>5</b>
1. Définition : _____	<b>5</b>
2. Sens de cette définition : _____	<b>5</b>
3. Passage Translation → Parallélogramme : méthode. _____	<b>5</b>
<b>B. Conséquence très importante de la définition :</b> _____	<b>6</b>
1. Passage Parallélogramme → Translation : méthode. _____	<b>6</b>
<b>V. Propriétés des translations :</b> _____	<b>7</b>
<b>A. Transformation par les translations des figures de base :</b> _____	<b>7</b>
<b>B. Propriétés de conservation :</b> _____	<b>8</b>
<b>VI. Tableau récapitulatif des transformations :</b> _____	<b>9</b>
<b>VII. Exercices :</b> _____	<b>10</b>
<b>A. Construction de figures par translation.</b> _____	<b>10</b>
<b>B. Translations : Identification.</b> _____	<b>11</b>
<b>C. Parallélogrammes et translations.</b> _____	<b>13</b>

# I. ACTIVITE INTRODUCTRICE :



➤ Observe bien les quatre bateaux A, B, C, D.

Quel bateau a été obtenu en faisant **glisser** le bateau A ? .....

Symbolise par une flèche bleue le mouvement exact qu'a fait le bateau A (en reliant par exemple les sommets des deux mats). Trace de même par une flèche rouge le mouvement qu'a fait l'arrière (à droite) du bateau A. Cette flèche rouge relie-t-elle les arrières des deux bateaux A et B ? Bien sûr que .....

➤ Ces deux flèches sont-elles « les mêmes » (même longueur, même direction, même sens) ? .....

Ces 2 flèches étant « les mêmes », on dit qu'elles représentent le même « **mouvement rectiligne** ».

On dit que la bateau B est l'image de A par la **translation** de mouvement l'une des 2 flèches tracées.

Trouve un synonyme pour le mot translation : .....

➤ Trace par une flèche verte le mouvement rectiligne qui va de F vers G (qu'on notera  $\overrightarrow{FG}$ ).

Trace l'image de la figure qui ressemble à un S par la **translation qui transforme F en G**.

Place le point M' image de M par la translation qui transforme F en G.

Trace FGM'M en rouge. Quelle semble être la nature de FGM'M ? .....

Place le point N' image de N par la translation qui transforme F en G.

Trace FGN'N en rouge. Quelle semble être la nature de FGN'N ? .....

## II. LA TRANSLATION - INTRODUCTION :

➤ Les transformations au Collège.

En 6<sup>ème</sup>, nous avons vu « **l'effet miroir** » c-à-d la ..... axiale.

En 5<sup>ème</sup>, nous avons vu « **le demi tour autour d'un point fixe** » c-à-d la Symétrie .....

En 4<sup>ème</sup>, nous allons voir « **le glissement** » c-à-d la Translation.

En 3<sup>ème</sup>, nous verrons « **tourner autour d'un point fixe** » c-à-d la Rotation.

Mais revenons à la translation.

➤ De quoi s'agit il ?

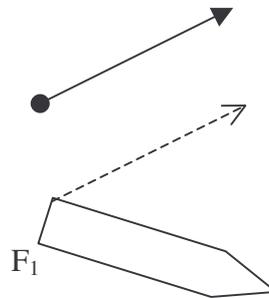
La **Translation** est une action (une transformation) qui agit sur les objets du plan (points, droites, figures plus ou moins complexes , dessins...).

➤ Comment ?

Elle va associer à une figure de départ, une nouvelle figure (appelée **figure image**) de la manière suivante : **après glissement selon un mouvement rectiligne donné**, les deux figures doivent être **superposables**.

### Exercice :

Essayez de dessiner en rouge l'image F<sub>2</sub> de la figure F<sub>1</sub> par la translation selon le mouvement symbolisé par la flèche noire.  
J'ai déjà dessiné l'image du coin inférieur gauche.



## III. VOCABULAIRE ET NOTATIONS:

① Soient deux points A et B, on note  $\overrightarrow{AB}$  le mouvement<sup>1</sup> rectiligne qui va de A vers B.

② On parle alors de **translation selon le mouvement  $\overrightarrow{AB}$**  . On la note  $t_{\overrightarrow{AB}}$  .

*Remarque : par la translation  $t_{\overrightarrow{AB}}$  en quoi est transformé A ? En .....*

*C'est pourquoi on parle aussi de **la translation qui transforme A en B** au lieu de la translation de mouvement  $\overrightarrow{AB}$  .*

③ On dit que F<sub>2</sub> est l'**image** de F<sub>1</sub> par la translation  $t_{\overrightarrow{AB}}$ , ou bien que F<sub>2</sub> est le **translaté** de F<sub>1</sub> par la translation  $t_{\overrightarrow{AB}}$  . Cela se note :

$$t_{\overrightarrow{AB}}(F_1) = F_2 \quad \text{ou} \quad F_1 \xrightarrow{t_{\overrightarrow{AB}}} F_2$$

### 3 Exercices :

① Comment note-t-on :

- Le mouvement rectiligne qui va de J vers E ? ..... Le mouvement qui va de E vers J ? .....
- La translation de mouvement  $\overrightarrow{TU}$  ? ..... La translation qui transforme I en L ? .....

La translation où I est le transformé de L ?..... La translation où E est le translaté de L ? .....

La translation où O a pour image A ? ..... La translation où l'image de O est A ? .....

<sup>1</sup> Un mot plus savant pour « mouvement » : **VECTEUR**. Cela sera vu en 3<sup>ème</sup>.

② Traduire :

$t_{\vec{CD}}(M) = M'$   $\implies$  M' est l'.....

$P \xrightarrow{t_{\vec{AB}}} K$   $\implies$  K est le .....

L est l'image de P par la translation qui transforme L en K  $\implies$  .....

P est le translaté de N par le glissement qui va de N en M  $\implies$  .....

③ Soit la translation  $t_{\vec{OK}}$ . En quoi est transformé O ? ..... Soit  $t_{\vec{KO}}$ , quelle est l'image de K ? .....

Soit une translation qui transforme L en M : elle s'écrit : .....

Soit une translation telle que N est l'image de P : elle peut s'écrire : .....

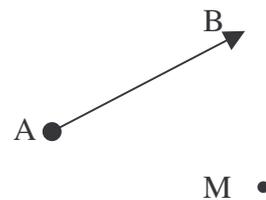
#### IV. TRANSLATIONS ET PARALLELOGRAMMES.

➤ Cas ① Soit M en dehors de (AB)

Construisez en rouge N, l'image de M par  $t_{\vec{AB}}$ .

Que semble être la nature du quadrilatère ABNM ?

.....



Comparez les mouvements  $\overrightarrow{MN}$  et  $\overrightarrow{AB}$  :  $\overrightarrow{MN} \dots\dots \overrightarrow{AB}$

➤ Cas ② Soit M sur la droite (AB)

Tracer  $\overrightarrow{AB}$  en rouge (attention au sens !)

Construisez en vert N l'image de M par  $t_{\vec{AB}}$ .

Où se trouve N ? Sur la .....

Comparez les longueurs AB et MN. AB ..... MN

Les demi droites [AB) et [MN) sont elles dans le même sens ? .....



Comparez les mouvements  $\overrightarrow{MN}$  et  $\overrightarrow{AB}$  :  $\overrightarrow{MN} \dots\dots \overrightarrow{AB}$

➤ On va maintenant définir « proprement » (mathématiquement) ce qu'est une translation !

Soient deux points A et B (donc on a indirectement le mouvement rectiligne  $\overrightarrow{AB}$  !):

« Définir la translation qui transforme A en B ( $t_{\vec{AB}}$ ), c'est être capable de donner (construire) sans ambiguïté l'image de n'importe quel point M du plan par cette translation. »

D'où la définition de la page suivante :

## A. Image d'un point par une translation :

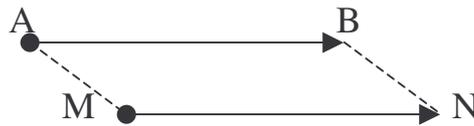
### 1. Définition :

Soient deux points donnés A et B, et soit M un troisième point quelconque :

La **translation qui transforme A en B** (la translation de mouvement rectiligne  $\overrightarrow{AB}$ ), notée  $t_{\overrightarrow{AB}}$ , est définie de la manière suivante :

❶ Quand  $M \notin (AB)$  alors l'image de M par  $t_{\overrightarrow{AB}}$  est le point N tel que :

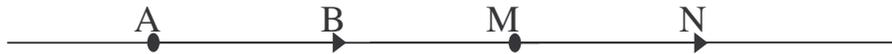
➤  $ABNM^2$  est un parallélogramme.



❷ Quand  $M \in (AB)$  alors l'image de M par  $t_{\overrightarrow{AB}}$  est le point N sur (AB) tel que :

➤  $AB = MN$

➤ Et les demi-droites  $[AB)$  et  $[MN)$  ont le même sens.



### 2. Sens de cette définition :

➤ Cette définition, dans les deux cas, indique comment il faut construire l'image d'un point quelconque (en dehors ou sur la droite « portant le mouvement ») par une translation.

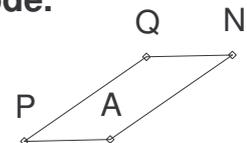
➤ Elle montre le lien profond qui unit translation et parallélogramme.

➤ Elle donne le passage : **Translations → Parallélogramme.**

➤ Dans les deux cas : Le mouvement rectiligne  $\overrightarrow{MN}$  est le même que le mouvement rectiligne  $\overrightarrow{AB}$ .  
 ..... c-à-d ..... = .....

### 3. Passage Translation → Parallélogramme : méthode.

Méthode : puisque  $\left\{ \begin{array}{l} P \notin (AN) \\ t_{\overrightarrow{AN}}(P) = Q \end{array} \right\}$  alors PQNA est un parallélogramme.



A vous maintenant ! Conseil : faites d'abord un croquis pour visualiser la situation.

➤ Puisque  $\left\{ \begin{array}{l} D \notin (AB) \\ \rightarrow \\ t_{\overrightarrow{AB}}(D) = C \end{array} \right\}$  alors ..... est un .....

➤ Puisque  $\left\{ \begin{array}{l} L \notin (UR) \\ \rightarrow \\ t_{\overrightarrow{RU}}(L) = E \end{array} \right\}$  alors .....

➤ Puisque  $\left\{ \begin{array}{l} A \notin (MO) \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\}$  alors AMOR est un parallélogramme.

<sup>2</sup> Attention à l'ordre des lettres !

➤ Puisque { ..... } alors BEUR est un .....

**B. Conséquence très importante de la définition :**

La « réciproque » du cas ❶ est aussi vraie et très importante :

**Règle :** passage **Parallélogramme → Translation**

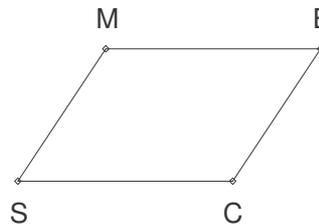
	(1 condition ou hypothèse)		(2 résultats ou conclusions)
Quand	ABNM est un parallélogramme	alors	$\left\{ \begin{array}{l} \text{① N est l'image de M par } \vec{t_{AB}} \\ \text{② N est l'image de B par } \vec{t_{AM}} \end{array} \right.$

**Figure :**

**Utilité :** Cette conséquence sert de relation de passage : Parallélogramme → .....

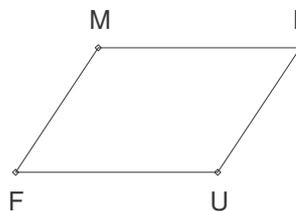
**1. Passage Parallélogramme → Translation : méthode.**

• Soit SMEC le parallélogramme ci contre.  
Complétez :



- Puisque SMEC est un ..... alors S est l'image de M par  $\vec{t_{MS}}$
- Puisque ..... est un parallélogramme alors M est l'..... de E par  $t_{.....}$
- Puisque ..... est un ..... alors  $\vec{t_{CS}}(E) = \dots\dots$

• Soit EUFM le parallélogramme ci contre  
Complétez :



- Puisque ..... alors  $t_{.....}(F) = M$ .
- Puisque ..... alors ..... est l'..... de F par  $\vec{t_{ME}}$
- Puisque ..... alors  $\vec{t_{FU}}(\dots) = E$
- Puisque ..... alors  $E \xrightarrow{\vec{t_{EU}}} \dots\dots$

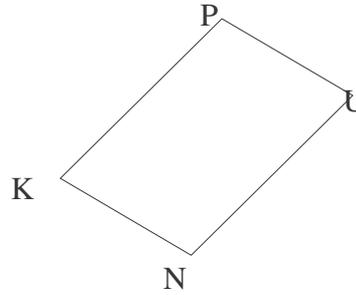
**Exercice 1:** soit le parallélogramme KPUN :

Quel est l'image de K par  $t_{\vec{PU}}$  ? .....

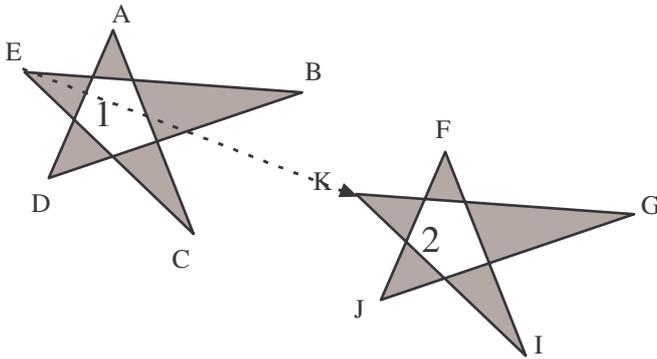
N a pour image U par la translation  $t_{\vec{PN}}$ .....

K est le translaté de P par .....

$t_{\vec{UP}}$  (.....) = K



**Exercice 2 :**



L'image ci-contre te montre deux étoiles.  
L'étoile 2 est l'image de l'étoile 1 par la translation qui transforme E en K.

L'image de A est ..... et ..... est un parallélogramme.

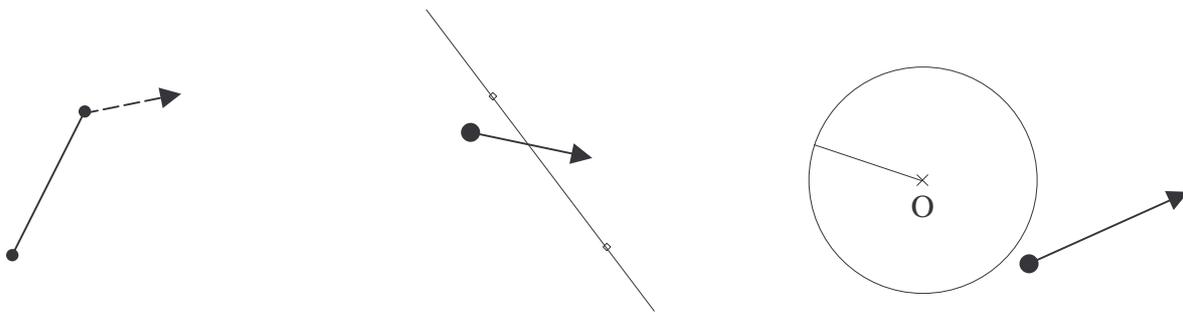
L'image de B est ..... et ..... est un parallélogramme.

L'image de C est ..... et ..... est un parallélogramme

## V. PROPRIETES DES TRANSLATIONS :

### A. Transformation par les translations des figures de base :

Dessinez les translatés en rouge du segment, de la droite et du cercle.



Le translaté d'un segment est un .....  
est un .....  
pa.....et de même .....

L'image d'une droite par une translation est une .....  
pa.....

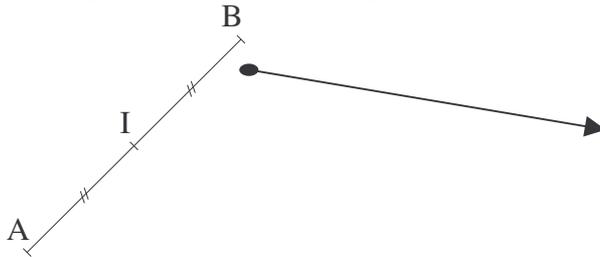
Le translaté d'un cercle est un ..... de même .....  
Son centre est l'image par la translation de l'ancien .....

## B. Propriétés de conservation :

### ① Les translations conservent les Longueurs :

- Le translaté d'un segment est un ..... de même .....
- En conséquence, les translations conservent aussi le ..... :  
Le translaté du milieu d'un segment est le ..... du segment image.

Figure : tracer en rouge les translatés du segment et du milieu du segment.

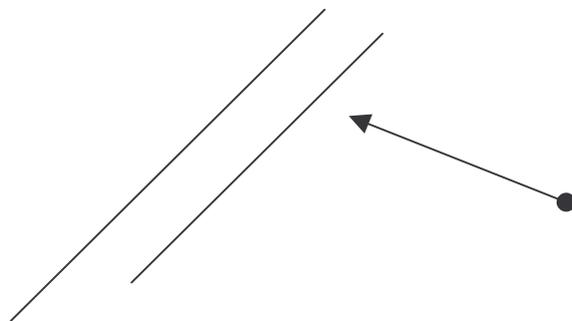


### ② Les translations conservent le Parallélisme :

Les translatées de deux droites parallèles sont deux ..... qui sont aussi .....

Figure : tracer en rouge les translatés de ces 2 droites parallèles.

Vous remarquez que les deux nouvelles droites sont aussi ..... entre elles !

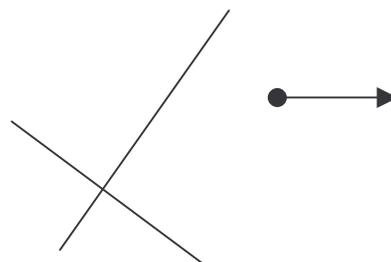


### ③ Les translations conservent les Angles (donc la Perpendicularité) :

Le translaté d'un angle est un angle de même .....

Figure : tracer en rouge les translatés des 2 droites perpendiculaires.

Vous remarquez que les deux droites images sont aussi ..... entre elles !

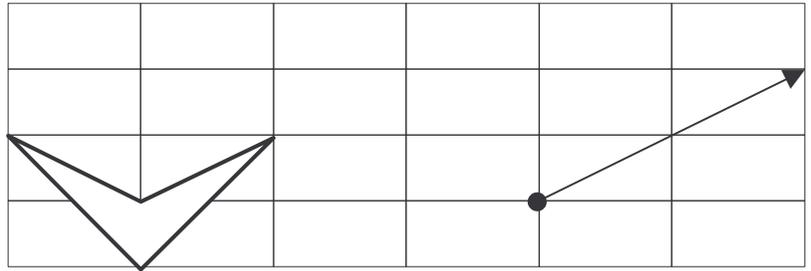


Attention ! Il n'est nul part dit que la translaté d'une droite est une droite perpendiculaire, ce qui est toujours *faux*.

**4 Les translations conservent les Aires :**

Une figure et sa figure translatée ont même .....

Tracez en rouge la translatée de la figure ci contre.  
 Ont-elles même aire ?



**5 Conséquences des propriétés de conservation :**

Puisque les translations conservent les distances, les angles, le parallélisme... alors quelle est l'image par une translation :

- d'un triangle isocèle ?
- d'un triangle équilatéral ?
- d'un parallélogramme ?
- d'un rectangle ?
- d'un carré ?

**VI. TABLEAU RECAPITULATIF DES TRANSFORMATIONS :**

Transformations	« Sens commun »	Elément(s) caractéristique(s)	Objet(s) géométrique(s) associé(s)	figure
<b>Symétrie axiale</b> vue en .....	« Effet ..... ou Réflexion »	Axe de symétrie		
<b>Symétrie</b> ..... vue en 5 <sup>ème</sup>	« Demi ..... »			
..... vue en 4 <sup>ème</sup>				
<b>Rotation</b> vue en 3 <sup>ème</sup>	« Tourner autour d'un point fixe »	{ Centre de rotation Angle orienté	Angle géométrique et Cercle	

## VII. EXERCICES :

### A. Construction de figures par translation.

#### Méthode de construction :

Pour construire la figure image (**en couleur !**) on doit :

- ① Repérer le « mouvement » et le dessiner si ce n'est déjà fait puis :
- ② On construit l'image **point par point**<sup>3</sup> :
  - à la règle et au compas par parallélogramme quand il n'y a pas de quadrillage.
  - par déplacements horizontaux et verticaux sur le quadrillage quand il y en a un.

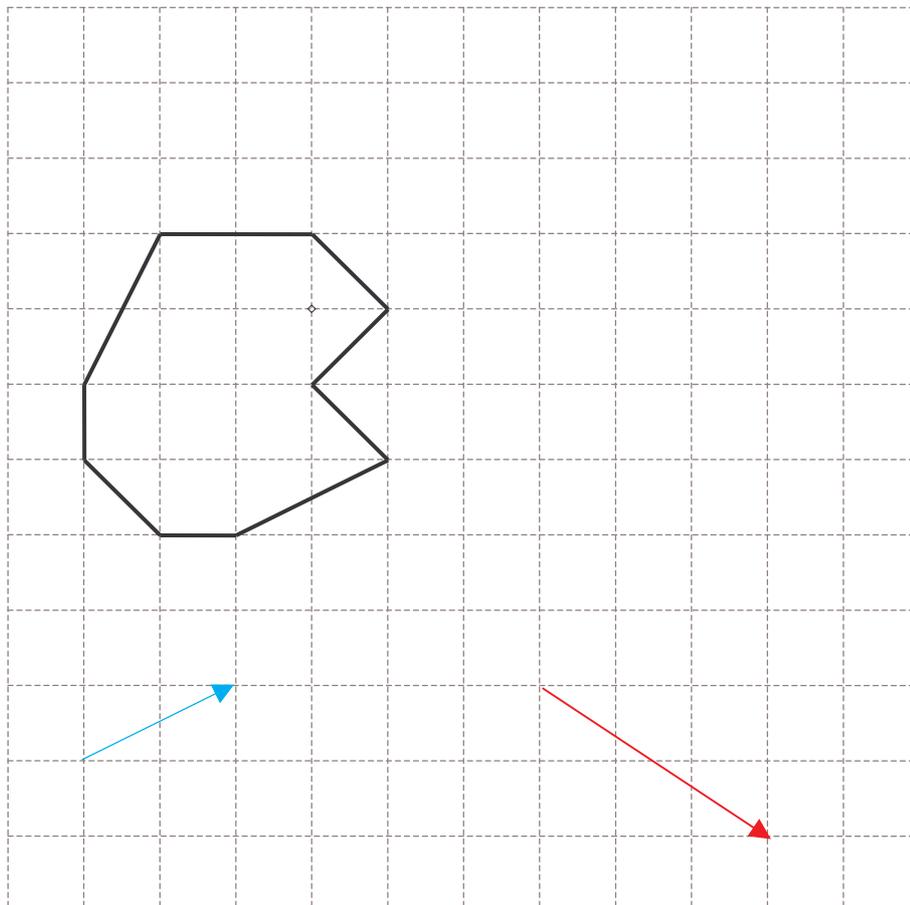
#### Exercice 1 :

Construire l'image de la figure suivante par la translation qui transforme A en B.



#### Exercice 2 :

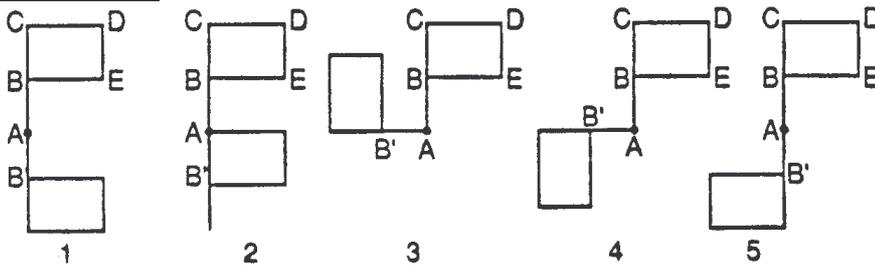
Construire les deux images du pacman suivant par les 2 translations dont chaque vecteur vous est donné.



<sup>3</sup> Coin par coin serait plus juste.

## B. Translations : Identification.

### Exercice 1 :



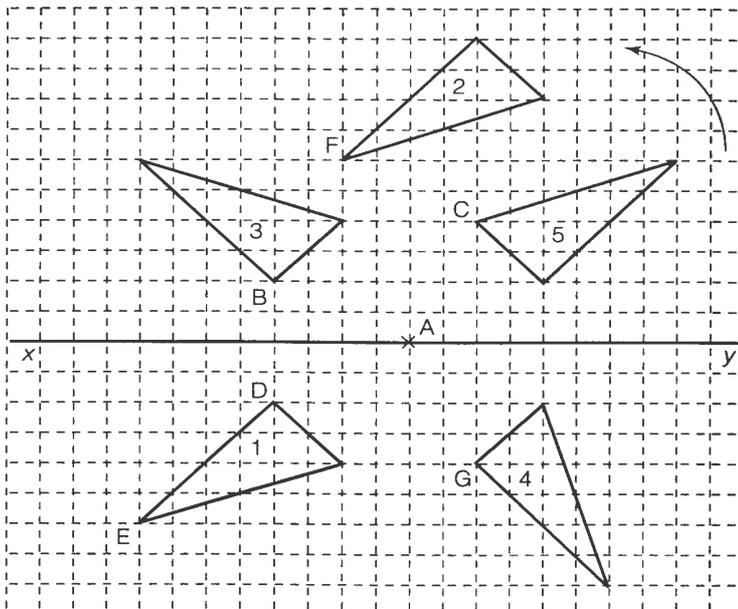
Chacun de ces dessins représente un petit drapeau ABCDE auquel on fait subir une transformation géométrique. Dans chacune de ces transformations, le point B a pour image B'.

Remplis le tableau suivant en indiquant :

- le numéro du dessin correspondant à la transformation.
- les éléments de chaque transformation (axe de symétrie ou centre de symétrie ou « mouvement »).
- Fais apparaître en couleur sur chaque figure les éléments qui définissent chaque transformation s'ils ne sont pas déjà tracés.

n°	type de transformation	éléments définissant la transformation
	symétrie centrale	de centre ...
	translation	de « mouvement » ..... ou .....
	symétrie axiale	d'axe .....
	symétrie axiale	d'axe ...

### Exercice 2 :

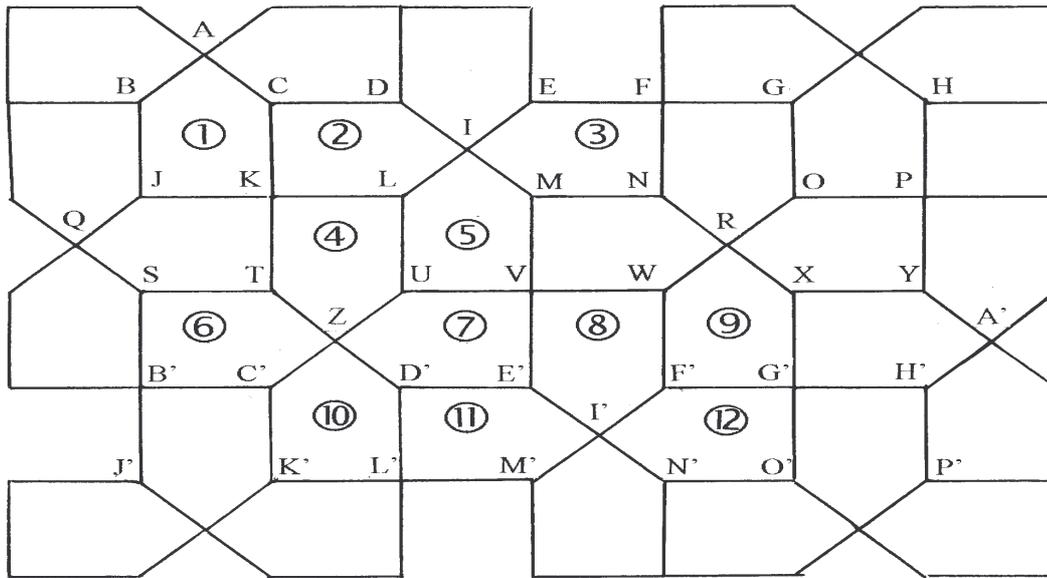


Chacun des triangles 2, 3, 4 et 5 est obtenu à partir du triangle 1 à l'aide d'une symétrie axiale, ou d'une symétrie centrale, ou d'une translation.

Complète les trois phrases suivantes :

- L'image du triangle 1 par la symétrie axiale d'axe ..... est le triangle .....
- L'image du triangle 1 par la symétrie centrale de centre ..... est le triangle .....
- L'image du triangle 1 par la translation qui transforme ..... en ..... est le triangle .....

**Exercice 3 :**



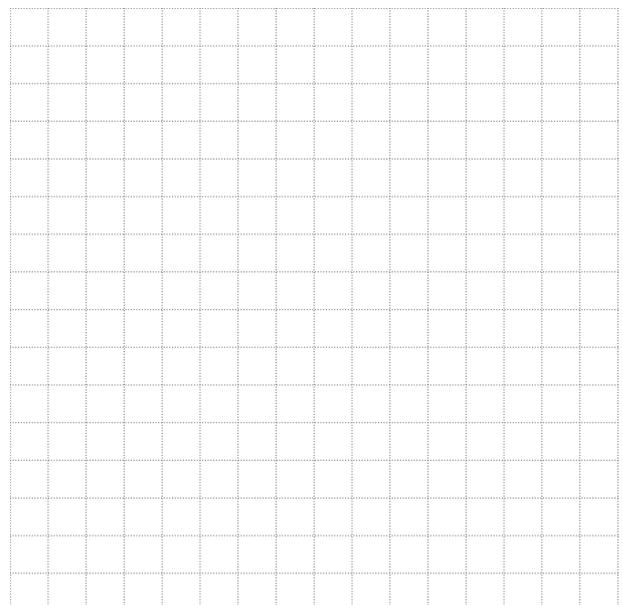
Complétez le tableau suivant :

	type de transformation	éléments définissant la transformation		type de transformation	éléments définissant la transformation
① → ⑤			⑩ → ⑤		
④ → ⑥			② → 11		
④ → ⑩			⑤ → ⑧		
④ → ⑩			⑨ → ①		

**Exercice 4 :**

Construis, sur le quadrillage ci-contre au milieu, un triangle ZAN rectangle en A et tel que :  
 $AN = AZ = 4$  carreaux.

- 1) Place le point K image de Z par la symétrie de centre A.
- 2) Place le point L image de A par la symétrie axiale d'axe (ZN).
- 3) Place le point J image de Z par la translation qui transforme N en A.



### C. Parallélogrammes et translations.

La majorité des exercices de raisonnement vont jouer sur le changement de registres :  
Passage translation  $\rightarrow$  parallélogramme et inversement.

#### Exercice 1 :

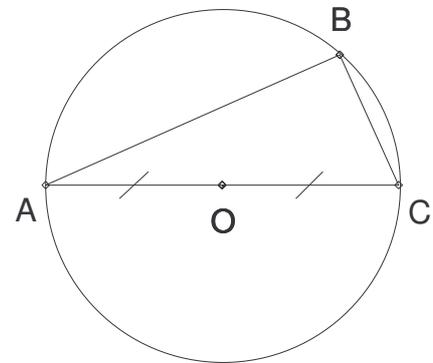
Soit un triangle ABC de longueur  $AB = 3\text{cm}$  ;  $AC = 4\text{cm}$  et  $BC = 5\text{cm}$

1. Tracer ce triangle ABC sur votre copie et construire en vert le point D translaté de B par la translation qui transforme A en C.
2. Quelle est la nature de ABC ?
3. Prouver que ABDC est un rectangle.
4. Quelle est la nature du triangle COD ?

#### Exercice 2 :

Sur la figure ci contre (qu'on complètera au fur et à mesure) [AC] est un diamètre du cercle C et B est un troisième point sur ce cercle C.

Tracer en vert E et D, les images respectives de B et C par la translation qui transforme A en B.



#### Partie ① :

1. Prouver que  $(AB) \perp (BC)$ .
2. Montrer que BCDE est un rectangle.

#### Partie ② :

3. Montrer que  $AB = BE$ .
4. Montrer que  $(BC)$  est la médiatrice de [AE].
5. En déduire la nature de ACE.