CORRIGE LES PUISSANCES

« Les **nombres** sont le plus haut degré de la Connaissance.
Le nombre est la Connaissance même. » Platon[1]

[1] Platon, 428-328 av. JC : grand philosophe grec, disciple et rapporteur de Socrate. Il comptera parmi ses élèves Aristote.

I. RAPPELS :

1) Multiplications par 10 ou 100 ou 1000 etc :

$25 \times 1000 = 25000$ $87 \times 10000 =$ *870 000* $8{,}7 \times 100 =$ *870*

$2{,}78 \times 10 =$ *27,8* $8{,}007 \times 100 =$ *800,7* $5{,}87 \times 1000000 =$ *5 870 000*

$0{,}54 \times 10 =$ *5,4* $0{,}54 \times 1000 =$ *540* $0{,}002 \times 100 =$ *0,2*

$0{,}00458 \times 10 =$ *0,0458* $0{,}0578 \times 100000 =$ *5780* $5{,}024 \times 100 =$ *502,4*

2) Multiplications par 0,1 ou 0,01 ou 0,001 etc :

$54 \times 0{,}1 =$ *5,4* $897{,}1 \times 0{,}01 =$ *8,971* $25 \times 0{,}001 =$ *0,025*

$0{,}45 \times 0{,}1 =$ *0,045* $215400 \times 0{,}1 =$ *21540* $0{,}004 \times 0{,}01 =$ *0,00004*

3) Divisions par 10 ou 100 ou 1000 etc :

$\frac{54}{10} =$ *5,4* $\frac{897{,}1}{100} =$ *8,971* $\frac{25}{1000} =$ *0,025*

$\frac{0{,}45}{10} =$ *0,045* $\frac{215400}{10} =$ *21540* $\frac{0{,}004}{100} =$ *0,00004*

En passant, on remarque que les résultats du 3) sont *identiques* à ceux du 2). On rappelle que diviser par un nombre non nul *revient à multiplier par son inverse*.

II. LES PUISSANCES DE 10.

A. Les limites de l'écriture décimale classique et du Français.

Dans le tableau ci-dessous, que signifient les lettres c, d, et u ? *centaines, dizaines, unités.*

Question n°				trillions d'unités						billions d'unités			milliards d'unités			millions d'unités			milliers d'unités			unités		
	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
1.												1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2.						1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.									1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Ecrire mille milliards dans le tableau. *Combien de zéros possède ce nombre ? 12.*
2. Le diamètre de notre galaxie est de un milliard de milliards de kilomètres.
Placer ce nombre dans le tableau. *Combien de zéros possède ce nombre ? 18.*
3. Le Capitaine Haddock jurait "Mille milliards de mille sabords !". Ecrire ce nombre dans le tableau. *Combien de zéros possède-t-il ? 15.* Reformuler le nombre de sabords avec moins de mots, de façon correcte : *Mille billions.* Pas facile hein !
4. La masse de la planète Neptune est de 100 000 000 000 000 000 000 000 de tonnes. Placer ce nombre dans le tableau et l'écrire en Français : *Cent mille trillions.*

La manipulation de ces nombres « hyper » grands est-elle commode ? *Oh non !*
Vous vous êtes normalement rendu compte que non ! Comprenez vous maintenant le titre du IIA] ? *Oh oui !*
De plus, ces très grands nombres ne sont pas facilement manipulables à la calculatrice (à cause du nombre limité de chiffres sur l'écran), ou posent des problèmes de lecture.

L'idéal serait de trouver une nouvelle écriture de ces nombres plus condensée donc plus pratique.

- Ecrivez cent millions en chiffres : *100 000 000.* Combien comporte-t-il de zéros ? *8.*

Voici une notation plus condensée qui permet d'écrire ce nombre : $\mathbf{10^8}$.

On lit « 10 exposant 8 » ou « 10 puissance 8 » ou « puissance 8$^{\text{ième}}$ de base 10 ».

Que représente le 8 en exposant ? *Le nombre de 0 dans l'écriture entière de 100 000 000.*

- Complétez :

$10 = 10^{1}$

$10 \times 10 = 100 = 10^{2}$

$10 \times 10 \times 10 = 1000 = 10^{3}$

$100 \times 10 \times 1000 = 1\,000\,000 = 10^{6}$

$10^{3} = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

$10^{5} = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$

$10^{4} = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$

$10^{5} = 1000 \times 100 = 100\,000$

B. Puissances positives : définitions :

Soit n un nombre entier positif supérieur ou égal à 2 ($n \geq 2$),

❶ 10^n est par définition le produit de n facteurs tous égaux à 10.

Autrement dit **:**

$$\boxed{\mathbf{10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{\text{n facteurs}}}} \quad \textbf{(pour } n \geq 2\textbf{)}$$

❷ $\mathbf{10^n}$ se dit « **10 exposant** n » ou « **10 puissance n** » ou « **puissance nième de base 10** ».

❸ Par convention : $\boxed{\mathbf{10^0 = 1 \quad et \quad 10^1 = 10}}$

- Exercice :

Ecrire sous forme de puissances de 10 en vous aidant du tableau du II].A.

Le diamètre de notre galaxie : 10^{18}

Le nombre de sabords du Capitaine Haddock : 10^{15}

La masse de la planète Neptune : 10^{23}

Ces écritures sont elles plus simples et plus commodes qu'en IIA] ? *Oh que oui !*

C. multiplications de puissances ; divisions de puissances :

- Complétez suivant le modèle :

$$10^2 \times 10^3 = \underbrace{(10 \times 10)}_{\text{2 facteurs}} \times \underbrace{(10 \times 10 \times 10)}_{\text{3 facteurs}} = 100000 = 10^5 = 10^{2+3}$$

$$10 \times 10^4 = 10 \times (10 \times 10 \times 10 \times 10) = 100\,000 = 10^5 = 10^{1+4}$$

$$\frac{10^3}{10^2} = \frac{10 \times 10 \times 10}{10 \times 10} = 10 = 10^1 = 10^{3-2}$$

$$\frac{10^5}{10^2} = \frac{10\times 10\times 10\times 10\times 10}{10\times 10} = 1\,000 = 10^3 = 10^{5-2}$$

➢ Maintenant calculer directement :

$10^{45} \times 10^{23} = 10^{68}$ $\qquad$ $10^{33} \times 10^{23} = 10^{56}$

$\dfrac{10^{21}}{10^{18}} = 10^{3}$ $\qquad$ $\dfrac{10^{55}}{10^{33}} = 10^{22}$

➢ Généralisons :

❶ Multiplication de puissances :

soient n et m, 2 entiers positifs, $\boxed{10^n \times 10^m = 10^{n+m}}$

❷ Division de puissances :

soient n et m, 2 entiers positifs, $\boxed{\dfrac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}}$

D. Cas des puissances négatives :

Compléter : $0{,}1 = \dfrac{1}{10} = \dfrac{10^0}{10^1} = 10^{0-1} = 10^{-1}$

On retrouve la notation puissance négative utilisée dans le contrat des fractions pour les inverses :

« l'inverse de 10 » $= \dfrac{1}{10} = 10^{-1}$

➢ Généralisons :

❶ 10^{-1} est l'inverse de 10.

Autrement dit : $\boxed{10^{-1} = \dfrac{1}{10}}$

❷ Soit n un nombre entier, alors 10^{-n} désigne l' inverse de 10^n.

Autrement dit : $$\boxed{10^{-n} = \frac{1}{\underbrace{10\times 10\times \ldots \times 10}_{\text{n facteurs}}} = \frac{1}{10^n}}$$

➢ 2 Réflexes : Dés que vous voyez un **signe – en exposant**, il faut penser **« inverse »**.

Réciproquement, dés que vous voyez des **inverses**, il faut pensez « **puissances négatives** ».

➢ 2 Remarques :

- Quand n est un grand nombre, 10^n est un nombre *gigantesque ! Vous ne vous imaginez pas !*
- Inversement, quand n est un grand nombre, 10^{-n} est un nombre ridiculement *petit ! Tout petit petit !*

C'est pourquoi les puissances négatives de 10 sont utilisées pour représenter les quantités minuscules.

- Exercice : Donnez les écritures sous forme de puissance négative de 10 des nombres suivants :

1. Certains microbes ont une longueur de 0,000 001 m = 10^{-6} m (6 chiffres après la virgule donc – 6 en exposant de 10).

Comment se dit ce nombre en Français ?Un millionième de mètre est un micromètre.

2. Les dimensions d'un atome sont de l'ordre de 0,000 000 000 1 m = 10^{-10} *m*

3. Des ordinateurs exécutent une instruction en 0,000 000 01 seconde = 10^{-8} *s*

E. Ecriture scientifique :

1. Introduction :

On peut trouver dans une encyclopédie les informations suivantes :

- La population de la Terre est évaluée à 6 400 000 000 d'individus.

Ecrivons à l'aide des puissances de 10 ce nombre : $6\,400\,000\,000 = 6{,}4 \times 1\,000\,000\,000 = 6{,}4 \times 10^{9}$

- La distance de la Terre au Soleil est de 150 000 000 km :

150 000 000 km = $1{,}5 \times 100\,000\,000$ *km* $= 1{,}5 \times 10^{8}$ *km.*

- Le diamètre d'un cheveux est de 0,000065 m.

Ecrivons à l'aide des puissances de 10 ce nombre : $0{,}000065 \text{ m} = \dfrac{6{,}5}{100000} = \dfrac{6{,}5}{10^{5}} = 6{,}5 \times 10^{-5} \text{ m}$

- Un atome a une taille d'environ 0,000 000 000 12 m :

$0{,}000\,000\,000\,12 \text{ m} = \dfrac{1{,}2}{10000000000} = \dfrac{1{,}2}{10^{10}} = 1{,}2 \times 10^{-10} \text{ m}$

Tous ces nombres ont pu être écrits comme produit d'un nombre décimal (entre 1 inclus et 10 exclu) avec une puissance entière (positive ou négative) de 10. Cette écriture s'appelle *l'écriture scientifique.*

2. Définition :

Définitions :

- L'écriture scientifique d'un nombre est l'écriture de type :

$$\boxed{a \times 10^{n}} \qquad \textbf{avec } 1 \le a < 10 \textbf{ et } n \textbf{ un entier relatif}$$[2]

- « a » s'appelle **la mantisse** et « n » **l'exposant.**

Exemple :

On a les égalités $150\,000\,000 = 15 \times 10^{7} = 1{,}5 \times 10^{8} = 0{,}15 \times 10^{9}$

Pourtant seule l'écriture $1{,}5 \times 10^{8}$ est une écriture scientifique car seul 1,5 est compris entre 1 et 10 strictement ($1 \le 1{,}5 < 10$) contrairement à 15 et 0,15.

- Mémento : Notez que **pour conserver les égalités** dans l'exemple :

lorsque la mantisse « a » grandit, l'exposant n diminue.

et inversement **lorsque la mantisse « a » diminue, l'exposant n grandit.**

3. Exercices :

① Parmi ces nombres, il y a des nombres qui ne sont pas en écriture scientifique. Réécrivez les correctement. *Ici, il est très important de se relire après chaque calcul !*

$0,256 \times 10^{2}$ = *$2,56 \times 10^{1}$*

$0,256 \times 10^{-2}$ = *$2,56 \times 10^{-3}$*

$1,01 \times 10^{-12}$ = *format scientifique !*

1×10^{6} = *format scientifique !*

21×10^{-3} = *$2,1 \times 10^{-2}$*

21×10^{3} = *$2,1 \times 10^{4}$*

$32,21 \times 10^{-3}$ = *$3,221 \times 10^{-3}$*

10×10^{-1} = *1 ! = 1×10^{0}*

② Ecrivez les nombres suivants en format scientifique :

- L' année lumière est une unité de distance ! C'est la distance parcourue par la lumière en une ……..……….. 1 année lumière = 9 500 000 000 000 km = *$9,5 \times 10^{12}$ km.*
- La masse de la Terre est de l'ordre de 5 977 000 000 000 000 000 000 tonnes = *$5,977 \times 10^{21}$ tonnes.*
- La population terrestre en 2025 sera d'environ de 8 600 000 000 d'habitants = *$8,6 \times 10^{9}$ habitants.*
- Les fibres optiques utilisées pour la TV par câble ont un diamètre de 0,000 008 m = *8×10^{-6} m.*

③ Ecrivez sous forme décimale (exercice pas marrant !) :

- La vitesse de la lumière est de 3×10^{5} km par seconde = *$3 \times 100\,000$ = 300 000 km par seconde*
- Notre galaxie, la Voie Lactée, contient environ 2×10^{11} étoiles = *200 000 000 000 étoiles.*
- L'étoile la plus éloignée de notre système solaire et visible à l'œil nu est estimée à $1,5 \times 10^{16}$ km = *15 000 000 000 000 000 km.*
- Un virus de type classique peut être assimilé à un cube d'arête 2×10^{-7} m = *0,0000002 m.*
- Un puissant microscope peut mesurer une distance de $0,02 \times 10^{-9}$ m = *0,00000000002 m.*

4. Comparaison de 2 nombres en écriture scientifique :

L'écriture scientifique sert en fait énormément pour comparer des quantités :

➢ Méthode :

Pour comparer deux nombres déjà mis en écriture scientifique :

❶ On commence par regarder les exposants :

Les nombres sont alors classés dans le même ordre que les exposants.

❷ *Lorsque*, hélas, les exposants sont égaux :

les nombres sont alors classés dans le même ordre que leur mantisse.

➢ 3 Exemples :

- $8,2 \times 10^{6} < 7 \times 10^{9}$ car l'exposant 6 < l'exposant 9.
- $1,121 \times 10^{-5} > 1,12 \times 10^{-5}$ exposants égaux mais la mantisse 1,121 > la mantisse 1,12.
- Attention ! Pour appliquer la méthode de comparaison, il faut absolument que les nombres soient en écriture scientifique.

Contre exemple : on a $5 \times 10^{3} < 700\,000 \times 10^{2}$ bien que exposant 3 > exposant 2 ! Donc attention.

[2] Autrement dit, **a** est un nombre décimal ayant **un seul chiffre non nul avant la virgule** et n est un entier de signe quelconque.

➢ Exercice :

Ranger par ordre croissant les 6 nombres suivants :

$7{,}25\times10^{4}$; $4{,}7\times10^{5}$; $14{,}1\times10^{-3}$; $10{,}49\times10^{-2}$; $2{,}259\times10^{4}$; 3×10^{5}

On met d'abord tous les nombres en écriture scientifique.

$14{,}1\times10^{-3} = 1{,}41\times10^{-2}$ *et* $10{,}49\times10^{-2} = 1{,}049\times10^{-1}$

Puis on applique la méthode :

$1{,}41\times10^{-2} < 1{,}049\times10^{-1} < 2{,}259\times10^{4} < 7{,}25\times10^{4} < 3\times10^{5} < 4{,}7\times10^{5}$

III. PUISSANCES ENTIERES D'UN NOMBRE RELATIF :

On va généraliser le concept de puissance à des nombres autres que 10.

A. Définitions :

Exemple : que signifie $(-3)^2$? Vous savez que $(-3)^2 = (-3)\times(-3) = 9$ (attention aux signes !)

De même, $2{,}5^4 = 2{,}5\times2{,}5\times2{,}5\times2{,}5$ (on ne demande aucun calcul !)

➢ Plus généralement :

Soit a un décimal relatif non nul :

- $a^0 = 1$ *tout nombre mis à la puissance 0 donne 1 !* Ex : $(-7{,}8)^0 = 1$!
- $a^1 = a$ *tout nombre mis à la puissance 1 reste lui même !* Ex : $1{,}784^1 = 1{,}784$
- Pour $n \geq 2$ $a^n = a\times a\times\ldots\times a$ (*produit de n facteurs tous égaux à a*)

On lit « a puissance n » ou « a exposant n » ou « puissance n'ieme de base a ».

Remarque : a^2 s'appelle le carré de a et a^3 s'appelle le cube de a.

- $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$ l'inverse de a s'écrit $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$ Ex : $3{,}5^{-1} = \dfrac{1}{3{,}5}$
- Pour $n \geq 0$ $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} = \dfrac{1}{a\times a\times\ldots\times a}$ (*l'inverse de a^n s'écrit $\frac{1}{a^{-n}} = a^{-n}$*)

➢ **Le cas des puissances des nombres 0 et 1** :

- En fait, ces définitions s'étendent aussi pour 0 (**sauf 0^0 qui n'existe pas**).

On a : quelque soit la valeur de $n \neq 0$, $0^1 = 0^2 = 0^3 = 0^n = 0$!

c-à-d **0 a n'importe quelle puissance donne toujours** 0 !

- Quelque soit la valeur de n :

$1^0 = 1^1 = 1^2 = 1^n = 1$! **1 à n'importe quel puissance vaut toujours** 1 !

- Calculez

$(-1)^2 = 1$ $(-1)^4 = 1$ $(-1)^{\text{puissance paire}} = 1$

$(-1)^1 = -1$ $(-1)^3 = -1$ $(-1)^{\text{puissance impaire}} = -1$

➢ <u>3 pièges à éviter</u> :

- **Confondre multiplication et puissance :**

$3^2 = 3 \times 3 = 9$ est différent de $3 \times 2 = 6$

Cette erreur est constamment faite par les élèves !

- **La puissance s'adresse au nombre placé juste devant ou entre parenthèses :**

$-2^2 = -(2)^2 = -(2 \times 2) = -4$ est différent de $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$

Cette erreur occasionne de nombreuses erreurs de signe de la part des élèves.

- **La puissance est toujours prioritaire sur les 4 autres opérations de base :**

$2 \times 7^2 = 2 \times (7)^2 = 2 \times 49 = 98$ est visiblement différent de $(2 \times 7)^2 = 14^2 = 196$

$5 + 3^2 = 5 + (3)^2 = 5 + 9 = 14$ est visiblement différent de $(5 + 3)^2 = 8^2 = 64.$

D'où le nouvel ordre des priorités de calcul :

1. Parenthèses ou crochets en commençant par les plus intérieurs.
2. puissances.
3. multiplications et divisions.
4. additions et soustractions.

- <u>Où sont les fautes</u> ?

$-5^2 = 25$	$5 \times 2^2 = 10^2 = 100$	$2^2 + 3^2 = 5^2 = 25$	$9^2 = 18$
faute de signe	*faute de priorité*	*formule inventée*	*confusion × et puissance.*

B. <u>Les 5 Règles de calcul sur les puissances :</u>

1. Produit de deux puissances d'un même nombre.

Compléter en suivant le modèle :

$2^4 \times 2^2 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6 = 2^{4+2}$

$3^2 \times 3^4 = (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3) = 3^6 = 3^{2+4}$

$a^3 \times a^4 = (a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a) = a^7 = a^{3+4}$

Généralisons : $$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

2. Quotient de deux puissances d'un même nombre.

Compléter en suivant le modèle :

$\dfrac{3^4}{3^2} = \dfrac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3} = 3 \times 3 = 3^2 = 3^{4-2}$

$\dfrac{2{,}5^5}{2{,}5^4} = \dfrac{2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5}{2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5} = 2{,}5 = 2{,}5^1 = 2{,}5^{5-4}$

$\dfrac{b^6}{b^4} = \dfrac{b \times b \times b \times b \times b \times b}{b \times b \times b \times b} = b \times b = b^2 = b^{6-4}$

Généralisons : $$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

3. Puissance d'un produit.

$(2 \times 3{,}1)^2 = (2 \times 3{,}1) \times (2 \times 3{,}1) = 2 \times 3{,}1 \times 2 \times 3{,}1 = (2 \times 2) \times (3{,}1 \times 3{,}1) = 2^2 \times 3{,}1^2$

$(4 \times y)^5 = (4 \times y) \times (4 \times y) \times (4 \times y) \times (4 \times y) \times (4 \times y)$

$= 4 \times y \times 4 \times y \times 4 \times y \times 4 \times y \times 4 \times y$

$= 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times y \times y \times y \times y \times y$

$= 4^5 \times y^5$

$(a \times b)^3 = (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) = a \times a \times a \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times b = a^5 \times b^5$

Généralisons : $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

4. Puissance d'un quotient.

$(\frac{2}{5})^3 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 5} = \frac{2^3}{5^3}$

$(\frac{k}{3})^2 = \frac{k}{3} \times \frac{k}{3} = \frac{k \times k}{3 \times 3} = \frac{k^2}{3^2}$

$(\frac{a}{b})^3 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a \times a \times a}{b \times b \times b} = \frac{a^3}{b^3}$

Généralisons : $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$

5. Puissance de puissance.

$(5^2)^3 = 5^2 \times 5^2 \times 5^2 = (5 \times 5) \times (5 \times 5) \times (5 \times 5) = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^6 = 5^{2 \times 3}$

$(p^3)^2 = p^3 \times p^3 = (p \times p \times p) \times (p \times p \times p) = p \times p \times p \times p \times p \times p = p^6 = p^{3 \times 2}$

Généralisons $(a^n)^m = a^{n \times m}$

6. Sévère mise en garde :

Encore une fois, il n'y a pas de formules simples pour l'addition et la soustraction avec les puissances.

➢ Exemple :

calculer d'une part $5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$ d'autre part $(5 + 2)^2 = 7^2 = 49$

Les deux résultats sont ils égaux ? Oh non !

Ainsi, $5^2 + 2^2$ est différent de $(5 + 2)^2$!

➢ Ce problème de l'addition et de la soustraction (qu'on a déjà rencontré dans le contrat sur *les fractions*) est encore présent pour les puissances (en troisième, nous verrons des formules pour $(a + b)^2$ et $(a - b)^2$: ce sont les Identités remarquables.) et les racines carrées.

Récapitulez toutes les formules ici :

IV. EXERCICES :

(n'écrivez pas trop gros)

Exercices sur les puissances de 10

Exercice 1 :

Retrouve chaque exposant :

a) dix mille = $10^{\cdots}$ b) cent millions = $10^{\cdots}$

c) un millionième = $10^{\cdots}$ d) un centième = $10^{\cdots}$

Exercice 2 : Ecris les nombres suivants sous la forme 10^n, où n est un entier relatif :

$A = 10\,000 =$ $B = 100 \times 10\,000 =$ $C = 0{,}000\,001 =$

$D = \dfrac{1}{10\,000} =$ $E = \dfrac{1}{100 \times 100\,000} =$

Exercice 3 : Parmi les nombres ci-dessous, il y en a 1 qui ne peut pas s'écrire sous la forme 10^n. Lequel ?

$\dfrac{1}{10} =$ $10^3 \times 5 \times 2 =$ $\dfrac{1}{10^2} =$ $10^3 + 10^2 =$ $1 =$ $\dfrac{1}{10^{-3}} =$

Exercice 4 : Ecris sous la forme 10^n, où n est un entier relatif :

$10^4 \times 10^5 =$ $10^{-3} \times 10^7 =$

$10^{-2} \times 10^{-5} =$ $10 \times 10^3 =$

Exercice 5 : Même consigne qu'à l'exercice précédent.

$\dfrac{10^8}{10^5} =$ $\dfrac{10^3}{10^7} =$ $\dfrac{10^6}{10^6} =$

$\dfrac{10^{-4}}{10^2} =$ $\dfrac{10^5}{10^{-3}} =$ $\dfrac{1}{10^3} =$

Exercice 6 : Complète avec des puissances de dix :

$10^3 \times$ …….. $= 10^5$ $10^7 \times$ ………... $= 10^4$ $10^{-2} \times$ ………. $= 10^4$

$10^2 \times$ …….. $= 10^{-5}$ $10^{-3} \times$ ………... $= 10^{-3}$ $10^{-4} \times$ ……... $= 10$.

Exercice 7 : Retrouve les nombres égaux :

$A = 10^5$; $B = 10^{-2} \times 10^8$; $D = 10^2 \times 10^{-8}$;

$C = (10^2)^3$; $E = 10^2 \times 10^3$; $F = (10^{-2})^3$.

Exercice 8 : Complète les égalités avec des puissances de dix :

$234{,}56 \times$ ……….. $= 23\,456$ ………..... $\times 9{,}875 = 9\,875$

$0{,}8 \times$ ………... $= 8$ ………..... $\times 48 = 0{,}000\,48$

$0{,}099 \times$ ………... $= 99$ …………... $\times 2 = 2\,000\,000$

Exercice 9 : Complète les égalités :

$10^3 \times$ …….…..... = 4 000 $10^{-2} \times$ …………….. = 4,21

$10^2 \times$ ………….. = 70 000 $10^{-1} \times$ ……………... = 2,5

$10^0 \times$ …………... = 52 $10^{-3} \times$ …………….. = 9

Exercice 10 : Donne l'écriture décimale des nombres en les calculant :

$38 \times 10^3 =$ $987 \times 10^2 =$

$456 \times 10^{-3} =$ $17 \times 10^{-4} =$

Exercice 11 : Donne une écriture décimale des expressions en les calculant :

$I = 3 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} =$

$J = 7 \times 10^3 + 2 \times 10 + 3 \times 10^{-1} =$

$K = 3 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3} =$

$L = 2 \times 10^2 + 8 \times 10^{-2} =$

Puissances et écriture scientifique

Exercice 1 : Ecris en notation scientifique :
725 millions = 74 milliards = 71 millièmes =

Exercice 2 : Parmi les six nombres suivants, deux seulement ne sont pas en notation scientifique. Retrouve-les et écris-les en notation scientifique.

$3{,}71 \times 10^{-9}$; $1{,}7 \times 10^5$; $0{,}4 \times 10^{-3}$;

$6{,}123 \times 10^4$; $85{,}6 \times 10^{-2}$; $9{,}025 \times 10^0$.

Exercice 3 :
Ecris le nombre suivant sous forme scientifique, puis sous forme décimale :
$F = 2\times10^{-8}\times3\times10^{6} =$

Exercice 4 :
Calcule et donne le résultat sous forme scientifique puis décimale.

Méthode : $G = \dfrac{9\times\left(10^2\right)^3\times2^2\times10^8\times10^6}{\left(10^8\right)^2}$

$= 9 \times 2^2 \times \dfrac{(10^2)^3 \times 10^8 \times 10^6}{(10^8)^2}$ ① **On a séparé nombres et puissances de 10.**

$= 36 \times \dfrac{10^{20}}{10^{16}}$ ② On a calculé 9×2^2 et les puissances de 10.

$= 36 \times 10^4$

= 360 000 écriture décimale.

$= 3{,}6 \times 10^5$ écriture scientifique.

A vous maintenant :

$$K = \frac{4,5 \times 10^{-4} \times 8 \times 10^{6}}{3^{2} \times 10^{2}} =$$

R = 4

$$L = \frac{-7 \times 10^{4}}{2 \times \left(10^{3}\right)^{2}} =$$

R = -3,5 × 10^{-2}

$$M = \frac{5,4 \times 10^{1} - 0,04 \times 10^{2}}{10^{-2}} =$$

R = 5 × 10^{3}

Exercice 5 : Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$T = \frac{10^{-8} \times 0,7 \times 10^{12}}{21 \times 10^{3}} =$$

R = $\frac{1}{3}$

$$V = \frac{4 \times \left(10^{-2}\right)^{3} \times 10^{2}}{-12 \times 10^{-3}} =$$

R = - $\frac{1}{30}$

Exercice 6 : Donne l'écriture scientifique de ces nombres :

$$A = \frac{12 \times 10^{-9} \times 5 \times \left(10^{2}\right)^{3}}{24 \times 10^{-2}} =$$

R = 2,5 × 10^{-1}

$$B = \frac{2 \times 10^{7} \times 35 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-3}} =$$

R = 1,4 × 10^{8}

Exercice 7 :

Un vaisseau spatial a mis 20 ans pour faire le voyage planète X-Terre. Sachant que la planète X est située à 4,5 années-lumière de la Terre et qu'une année-lumière est égale à 9,5 × 10^{12} km, calcule la vitesse moyenne de ce vaisseau spatial exprimée **en km par an.** Tu donneras l'écriture scientifique du résultat.

Exercice 8 : Donne l'écriture scientifique desnombres suivants

Ex : $\frac{0,1}{2} = \frac{0,1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{0,5}{10} = 0,5 \times 10^{-1} = 5 \times 10^{-2}$ $\frac{9}{500} =$

$\frac{0,07}{25} =$ $\frac{0,072}{5000} =$

Puissances d'un nombre quelconque.

Exercice 1 : Remplacer chaque pointillé par l'entier naturel qui convient :

$3^{25} = 3^{8} \times 3^{---}$ $2,5^{---} \times 2,5^{3} = 2,5^{7}$ $0,4^{---} \times 0,4 = 0,4^{2}$ $a \times a^{n} \times a^{---} = a^{n+3}$

$(-3)^{5} \times (-3)^{---} = (-3)^{-2}$ $(-0,5)^{---} \times (-0,5)^{2} \times (-0,5)^{-7} = (-0,5)^{-1}$

Exercice 2 : Ecrire sous la forme d'une seule puissance :

$A = 3^{2} \times 5^{2} =$

$C = (-3) \times (-3)^{4} =$

$D = (-2)^{3} \times (-3)^{3} \times (-4)^{3} =$

$E = 3^{2} \times 4^{2} =$

$F = 6^{4} \times (-7)^{4} =$

$G = (3^{7})^{3} =$

$H = (2^{4})^{3} \times 2^{5} =$

$L = a^{11} \times a^{8} =$

$M = a^{3} \times a \times a^{2} =$

$N = (-2)^{3} \times 5^{3} =$

$O = (a^{3})^{2} \times a =$

$I = a^{15} \times a \times a^{-6} =$

$J = (a \times a^{3})^{2} =$

$K = a^{-2} \times a^{12} \times a^{-4} =$

Exercice 3 : Calculer :

$A = (3 \times 2)^{2}$

$C = (8+5) \times 3^{2}$

$D = (8+5\times3)^{2}$

$E = 8 + 5\times3^{2}$

$F = 3 \times 6^{2}$

$H = 4+ 5^{2} \times 6$

$I = 9 \times (7+2^{2})$

$J = 9 \times 7 + 2^{2}$

$K = 2,5^{6} \times 0,4^{6}$

$M = [(-3)^2]^2$

$N = 2^8 \times 0{,}5^8$

$O = 4^{11} \times 0{,}25^{11}$

Exercice 4 : Simplifier les écritures suivantes:

$6x \times 3x \times x =$ $2x^2 \times 6x^5 =$ $x^2 \times x \times x^4 =$

$(x^4)^2 \times x \times (y^3)^3 =$ $5a^3 \times 2a \times 4 =$

$\dfrac{5x^5 \times xy \times 2y^2}{4x^{-3}y \times x^2} =$ $\dfrac{2^5 \times 9^2 \times 7^{-6}}{3^6 \times 2^{-1} \times 7^{-8}} =$